



Επιμόρφωση Εκπαιδευτικών ΠΕ60 στη χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού ΕΛΠεΙΔΑ

« Ράβδοι-κυβάκια και θεσιακή αξία αριθμού»

«Ανάπτυξη εκπαιδευτικού λογισμικού για προσχολική εκπαίδευση και
παροχή ψηφιακού εκπαιδευτικού/επιμορφωτικού υλικού - Εξ
αποστάσεως επιμόρφωση και υποστήριξη εκπαιδευτικών»

Πράξη: «Πιλοτικές παρεμβάσεις υποστήριξης αξιοποίησης προηγμένων
Τεχνολογιών Πληροφοριών και Επικοινωνιών στην Προσχολική
Εκπαίδευση»

MIS 5158662

Περιεχόμενα

ΦΟΡΜΑ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΣΕΝΑΡΙΟΥ	2
<i>Τίτλος και βασικά στοιχεία Εκπαιδευτικού Σεναρίου</i>	2
Τίτλος του εκπαιδευτικού σεναρίου	2
Τάξη που απευθύνεται	2
Δημιουργός/οι του εκπαιδευτικού σεναρίου	2
Εμπλεκόμενα Θεματικά Πεδία/ Θεματικές Ενότητες	2
Προαπαιτούμενες γνώσεις/δεξιότητες/στάσεις των μαθητών	2
Εκτιμώμενη διάρκεια	2
<i>Εναλλακτικές ιδέες και αντιλήψεις των μαθητών</i>	2
<i>Σκοπός & προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα εκπαιδευτικού σεναρίου</i>	3
Σκοπός:	3
Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα (Στόχοι):	3
<i>Μαθησιακό περιβάλλον, υλικοτεχνική υποδομή - διδακτικό υλικό και οργάνωση της τάξης</i>	4
Μαθησιακό περιβάλλον	4
Υλικοτεχνική υποδομή και διδακτικό υλικό	4
Οργάνωση της Τάξης	4
<i>Περιγραφή μαθησιακών δραστηριοτήτων σεναρίου (Δραστηριότητες υλοποίησης του σεναρίου στην τάξη)</i>	4
Διδακτικές προσεγγίσεις και στρατηγικές	5
Φύλλα εργασίας	5
Δραστηριότητες γνωστικής και ψυχολογικής προετοιμασίας	5
Δραστηριότητες διδασκαλίας (οικοδόμησης νέων γνώσεων/δεξιοτήτων/στάσεων)	6
Δραστηριότητες εφαρμογής και υλοποίησης του γνωστικού αντικειμένου	8
Δραστηριότητες αξιολόγησης του γνωστικού αντικειμένου	9

Φόρμα Σχεδίασης Εκπαιδευτικού Σεναρίου

Τίτλος και βασικά στοιχεία Εκπαιδευτικού Σεναρίου

Τίτλος του εκπαιδευτικού σεναρίου

Ράβδοι -κυβάκια και θεσιακή αξία αριθμού

Τάξη που απευθύνεται

Νηπιαγωγείο (νήπια-προνήπια)

Δημιουργός/οι του εκπαιδευτικού σεναρίου

Αρκουλή Ανθή, Νηπιαγωγός

Κωσταντοπούλου Αναστασία, Νηπιαγωγός

Φεσάκης Γεώργιος, Καθηγητής ΤΕΠΑΕΣ

Εμπλεκόμενα Θεματικά Πεδία/ Θεματικές Ενότητες

- Θεματικό πεδίο: Γ.1 Παιδί και Θετικές Επιστήμες
- Θεματική ενότητα: Μαθηματικά (Γ.1.2 Αριθμοί, Πράξεις και Άλγεβρα)

Το θεματικό αυτό πεδίο θα συνδυαστεί με το πεδίο «Παιδί και Επικοινωνία» και ειδικότερα με τις δυο θεματικές ενότητες που συνιστούν το συγκεκριμένο θεματικό πεδίο, τη Γλώσσα και τις Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (ΤΠΕ).

Προαπαιτούμενες γνώσεις/δεξιότητες/στάσεις των μαθητών

Οι πολλαπλές όψεις της έννοιας του αριθμού, ο αριθμός δηλαδή ως μονάδα, ως σύνολο μονάδων και ως ομάδες με περισσότερα στοιχεία (δυάδες, τριάδες δεκάδες κ.λ.π), προκαλούν νοητικές δυσκολίες στην οικοδόμηση της έννοιας του αριθμού. Η αντίληψη των αριθμών, ως αθροίσματα μονάδων και ως ομάδες με περισσότερα στοιχεία (δυάδες, τριάδες, δεκάδες), η κατανόηση του μέρους-όλου, (όπου τα μέρη συντίθεται για να σχηματίσουν «ένα όλο» και «ένα όλο» αποσυντίθεται σε μέρη) και η κατανόηση ότι στη μία δεκάδα υπάρχουν 10 μονάδες και συγχρόνως η 1 δεκάδα είναι μία αδιαίρετη μονάδα μέτρησης μιας άλλης ποσότητας (εικόνα 1), είναι απαραίτητη για την εννοιολογική προσέγγιση του αριθμού και για τη δόμηση του δεκαδικού συστήματος και το οποίο στηρίζεται στην αρχή της ανταλλαγής κατά την οποία 10 μονάδες έχουν την ίδια αξία με 1 δεκάδα, 10 δεκάδες με 1 εκατοντάδα κ.ο.κ.(Τζεκάκη, 2010; Σκουμπουρδή, 2023).

Πόσα είναι αυτά; (3 ή 30;)



Οι ράβδοι που δημιουργούνται από τη σύνδεση των κύβων,(π.χ σε δεκάδες), αλλά και οι ίδιοι οι κύβοι/μονάδες, είναι ταυτόχρονα:

- Αντικείμενα καταμέτρησης δηλαδή υλικά αντικείμενα-μονάδες αλλά και
- Αναπαράσταση αυτής της καταμέτρησης (μοναδιαίες ενότητες (δεκάδες))

Η αξία θέσης ψηφίων αφορά την αντίληψη της διαφορετικής αξίας που έχει κάθε ψηφίο ανάλογα με τη θέση που έχει στον αριθμό. Με βάση τη θέση των ψηφίων πραγματοποιείται η σύγκριση του μεγέθους των αριθμών και αξιολογείται το μέγεθος τους (π.χ. ο αριθμός 23 είναι μικρότερος από τον αριθμό 32 λόγω της διαφορετικής θέσης του «2» και του «3» στον κάθε αριθμό)

Για να οικοδομήσουν δεξιότητες αναφορικά με τη θεσιακή αξία των ψηφίων, τα παιδιά πρέπει να αναπτύξουν αυτή την έννοια σταδιακά, αρχικά μέσω δραστηριοτήτων: ομαδοποίησης σε δεκάδες, σε αναπαραστάσεις συλλογών έως 10 αντικειμένων με άτυπα σύμβολα ή με τα δάχτυλα, σε δραστηριότητες σύγκρισης μεγεθών των αριθμών, όπου μέσω μιας αρχικά ενιαίας αντίληψης της ποσότητας προχωρούν σε μια αντίληψη χωριστών δεκάδων και μονάδων που μπορούν να μετρηθούν χωριστά (π.χ. 2 δεκάδες και 5 κάνουν 25), προκειμένου να κατανοήσουν ότι μια πολυψήφια ποσότητα αποτελείται από διαφορετικές πολλαπλές μονάδες (π.χ. δεκάδες και μονάδες) (Fuson et al. 1997).

Με τη σύνθεση δεκάδων-μονάδων, τα παιδιά χτίζουν διανοητικά «εννοιολογικές δομές πολλαπλών μονάδων (σύνθεση δεκάδων-μονάδων) οι οποίες τους επιτρέπουν να συνθέτουν και να αποσυνθέτουν μονάδες που σχηματίζουν αριθμούς, συνθέτοντας έτσι αλλά και αναλύοντας διψήφιους αριθμούς με

αποτέλεσμα την κατανόηση της θέσης των ψηφίων των δεκάδων και των μονάδων στο δεκαδικό σύστημα

Για την αριθμοποίηση της θέσης-αξίας θα πρέπει να δημιουργηθούν σχέσεις μεταξύ αριθμητικών λέξεων, γραπτών συμβόλων και ποσοτήτων (Fuson et al. 1997). Αυτό απαιτεί συντονισμό μεταξύ αντικειμένων και συμβολικών εκφράσεων που αντιπροσωπεύουν την ίδια ποσότητα. Η ρητή και συνεκτική σύνδεση μεταξύ των χειραπτικών υλικών και των συμβολικών τους αναφορών φαίνεται να είναι κρίσιμη για την ανάπτυξη της θεσιακής αξίας του αριθμού (Baroody 1990; Fuson 1990; Willingham 2017).

Πλήθος ερευνών έχουν εστιάσει στον εντοπισμό δεξιοτήτων, στρατηγικών και των γνώσεων που ενέχονται στην έννοια της αξίας θέσης ψηφίου. Στη σχετική βιβλιογραφία αναφέρονται: η *απαρίθμηση (Counting)*, η *ομαδοποίηση (Grouping)*, ο *διαχωρισμός (Partitioning)* ή *μετονομασία (Renaming)*, σχέσεις μεταξύ αριθμών/σύγκριση (*Number Relationships/Comparing*), *εκτίμηση (Estimating)* και η *σημειογραφία (Notating)* (Μακρή, 2018).

Παρόλο που ένα παιδί αυτής της ηλικίας είναι σε θέση να καταμετρήσει 15 αντικείμενα, μπορεί και να μην είναι σε θέση να κατανοήσει ότι ο αριθμός 15 αποτελεί σύνθεση μιας δεκάδας και 5 μονάδων, γι αυτό και η επιτυχής ικανότητα προφορικής αρίθμησης (counting) δεν αποτελεί προαπαιτούμενη γνώση. Η επιτυχής μέτρηση «1 προς 1» ίσως να εμποδίζει την ανάπτυξη στρατηγικών βασισμένη σε δεκάδες, λόγω του ότι τα παιδιά «παρασύρονται» στο να μετράνε και δυσκολεύονται να κάνουν τη μετάβαση σε στρατηγικές «μέρους/ολόκληρου» (Σκουμπουρδή, 2023), σε στρατηγικές δηλαδή που βασίζονται σε δεκάδες, λόγω της «διαδικαστικής ισχύος» που παρεμβαίνει στην εννοιολογική αλλαγή (Βουτσινά 2012). Επιπλέον, η αναπτυσσόμενη κατανόηση του παιδιού της δομής 10 προς 1 μπορεί να επηρεαστεί από τη γλώσσα (Chan et al. 2014, 2017).

Συμπερασματικά, η κατανόηση της αξίας θέσης, προϋποθέτει ένα πολύπλοκο σύνολο μαθηματικών ιδεών και σχέσεων που αναπτύσσονται σταδιακά και επομένως, η διδασκαλία θα πρέπει να ενσωματώνει πολλαπλές αναπαραστάσεις εννοιών θεσιακής αξίας, για να αναδείξει την αντιστοιχία μεταξύ αριθμητικών συμβόλων και αντικειμένων ή των εικονιστικών τους αναπαραστάσεων, μέσα από ονομασίες που δίνονται στις ποσότητες (πεντάδες, δεκάδες κ.λ.π). Εκτός από την κατασκευή νοήματος της «δεκάδας-μονάδας» στη γλώσσα, τα παιδιά θα πρέπει επίσης να την προσεγγίσουν «σε» αναπαραστάσεις και «από» αναπαραστάσεις χειραπτικού υλικού, εικονιστικών και αριθμητικών συμβόλων ώστε να την αριθμοποιήσουν. Η κατανόηση δηλαδή της θεσιακής αξίας σχετίζεται εννοιολογικά με τη μοναδιαία ενότητα της δεκάδας αλλά και με την αριθμοποίηση αυτής της μοναδιαίας ενότητας μέσω των διαφόρων αναπαραστάσεων, ώστε τα παιδιά να αναπτύξουν κατάλληλες ικανότητες αναγνώρισης της δεκάδας ως ένα σύνολο δέκα μονάδων ισοδύναμης αξίας (Fleavares, et al.2022)

Εκτιμώμενη διάρκεια

Το σενάριο εκτιμάται ότι θα υλοποιηθεί στη διάρκεια μιας εβδομάδας.

Εναλλακτικές ιδέες και αντιλήψεις των μαθητών

Παιδιά από 4 ετών διερευνούν πώς κατασκευάζονται οι αριθμοί μέχρι το 10, αναλύοντας και συνθέτοντάς τους (Cheng, 2012) και μπορούν να αναλύουν αριθμούς μέχρι το 10 σε αθροίσματα δύο προσθετών με χρήση αντικειμένων (Clements, 2004). Παρόλο που ένα παιδί αυτής της ηλικίας είναι σε θέση να καταμετρήσει πιθανόν και μεγάλο αριθμό αντικειμένων (20,30 κλπ), μπορεί και να μην είναι σε θέση να κατανοήσει τη σύνθεση αυτών των αριθμών στη βάση των δεκάδων-μονάδων. Σε μεγαλύτερη ηλικία αρχίζουν να αντιλαμβάνονται ότι μια δεκάδα αντιστοιχεί σε 10 μονάδες, να αριθμούν ανά-10 και όχι ανά-1 αντικείμενα σε συλλογές και να αναγνωρίζουν τη διαφορά στο μέγεθος δύο διψήφιων αριθμών με τα ίδια ψηφία σε άλλες θέσεις (Fuson et al., 2001; Σκουμπουρδή, 2023).

Σύμφωνα με την βιβλιογραφία (Clements, 2004) στη Σκουμπουρδή, (2023) τα συνήθη λάθη των παιδιών για την αξία της θέσης των ψηφίων είναι:

1. Η λάθος ερμηνεία της αξίας των ψηφίων (π.χ. στο 15 ερμηνεύουν το «1» ως μονάδα και όχι ως δεκάδα).
2. Η ακουστική γραφή των αριθμών (π.χ. το δεκαπέντε ως 105), γεγονός που οδηγεί σε λάθος εκτέλεση των αλγορίθμων των πράξεων.

Η ικανότητα κατανόησης της δομής του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης προκαλεί δυσκολία στα παιδιά γιατί απαιτεί την αντίληψη της αξίας της θέσης των ψηφίων ενός αριθμού, καθώς και την κατανόηση της αρχής της προσθετικότητας, δηλαδή ότι κάθε ψηφίο παριστάνει τόσες απλές μονάδες όσες το γινόμενο του επί τη μονάδα της τάξης στην οποία αντιστοιχεί η θέση, ενώ το άθροισμα όλων αυτών των γινομένων ισούται με ολόκληρο τον αριθμό.

Η αντίληψη της δεκάδας από τα παιδιά αναπτύσσεται σε τρία κύρια επίπεδα (Steffe & Cobb, 1988):

1. Στο πρώτο επίπεδο, αντιλαμβάνονται τη δεκάδα ως «σύνθεση αριθμών», ως δέκα μονάδες οι οποίες μπορούν να αριθμηθούν ανά-1.

Στο δεύτερο επίπεδο, αντιλαμβάνονται τη δεκάδα ως «αφηρημένη σύνθετη μονάδα», η οποία μπορεί να αναλύεται και να ανασυντίθεται, έχουν, όμως, ανάγκη από την παρουσία κάποιου είδους εκπαιδευτικού υλικού. Στο στάδιο αυτό μπορούν να αριθμούν ανά-10, αλλά δυσκολεύονται να υπολογίσουν πόσες δεκάδες υπάρχουν από το 10 μέχρι το 40.

3. Στο τρίτο επίπεδο, αντιλαμβάνονται τη δεκάδα ως «επαναλαμβανόμενη σύνθετη μονάδα», έχοντας οικοδομήσει την ιδέα του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης. Στο επίπεδο αυτό, υπολογίζουν αθροίσματα και διαφορές και διαχειρίζονται κατάλληλα τις δεκάδες και τις μονάδες

Έρευνες ήδη από τη δεκαετία του 1980 που ασχολήθηκαν με την κατανόηση της θεσιακής αξίας των αριθμών κατέληξαν στο συμπέρασμα πως ήδη από την προσχολική ηλικία τα παιδιά ξεκινούν να αναπτύσσουν προς αυτήν την κατεύθυνση την μαθηματική τους σκέψη. Η κατανόηση δηλαδή της αξίας θέσης προϋποθέτει ένα πολύπλοκο σύνολο ιδεών που αναπτύσσονται σταδιακά από το νηπιαγωγείο μέχρι την τελευταία τάξη του δημοτικού σχολείου και που ξεκινά από μια αισθητηριακά συγκεκριμένη γνώση (sensory concrete) με τη χρήση αισθητηριακού υλικού για τη νοηματοδότηση της έννοιας, και προχωρά στην πιο αφηρημένη με την αριθμοποίηση της αξίας θέσης μέσω χειραπτικού υλικού που παρέχει τις σχετικές αναπαραστάσεις για να αντιληφθεί τελικά τη σχετικότητα της μοναδιαίας ενότητας ως «μια επαναλαμβανόμενη δηλαδή σύνθετη μονάδα ανώτερης τάξης

Σκοπός & προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα εκπαιδευτικού σεναρίου

Σκοπός:

Να κατανοήσουν τη δημιουργία μιας μονάδας ανώτερης τάξης (δεκάδας) με χρήση αρχικά χειραπτικού υλικού και στη συνέχεια με ψηφιακό αναπαραστατικό υλικό, ώστε να αντιληφθούν την αξία θέσης των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα (Στόχοι):

A. Παιδί και Επικοινωνία

A.1 Γλώσσα

- Να αναπαριστούν μέσα από το λόγο τους τις ποσότητες, ως ομάδες αντικειμένων (πεντάδες, δεκάδες)
- Να κατανοούν προφορικά κείμενα και πιο συγκεκριμένα τις οδηγίες του λογισμικού.
- Να ανταλλάσσουν απόψεις και να επιχειρηματολογούν

A.2 ΤΠΕ

- Να (διε)/ερευνήσουν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του, αναλύοντας και συνθέτοντας φυσικούς αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους με τη βοήθεια του λογισμικού.

Γ1. Μαθηματικά

Δεξιότητες

Να μετρούν με βάση τη δεκάδα άλλες ποσότητες

Να αναλύουν και να συνθέτουν ποσότητες μέχρι το 20 (με βάση τη δεκάδα)

Ν'απαριθμούν αντικείμενα και να τα ομαδοποιούν ανά δέκα.

Γνώσεις

Να αναγνωρίσουν τη δεκάδα ως ένα σύνολο δέκα μονάδων ισοδύναμης αξίας

Ν'αντιληφθούν τη δεκάδα ως μια αδιαίρετη ενότητα, ως μιας νέα μονάδα και να μετρούν με βάση αυτή άλλες ποσότητες

Να αντιληφθούν τις σχέσεις μεταξύ αριθμολέξεων, γραπτών συμβόλων και ποσοτήτων

Να διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του.

Να βρίσκουν την αξία θέσης των αριθμών στους διψήφιους αριθμούς (και του μηδενός)

Μαθησιακό περιβάλλον, υλικοτεχνική υποδομή - διδακτικό υλικό και οργάνωση της τάξης

Μαθησιακό περιβάλλον

Για την υλοποίηση του σεναρίου είναι απαραίτητα:

- Ηλεκτρονικής υπολογιστής και Tablet (προαιρετικά)
- Σύνδεση στο διαδίκτυο
- Τουβλάκια τύπου Lego
- κάρτες με αριθμούς

Για την υλοποίηση του σεναρίου δεν απαιτούνται εξειδικευμένα υλικά ή εξοπλισμός αλλά μονό ότι είναι απολύτως απαραίτητο ώστε το σενάριο να μπορεί να υλοποιηθεί χωρίς τεχνολογικούς και υλικοτεχνικούς περιορισμούς.

Υλικοτεχνική υποδομή και διδακτικό υλικό

Το λογισμικό αποτελεί προσομοίωση απτικών υλικών, εσφηνώσιμων κύβων(base ten blocks), που χρησιμοποιούνται στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών. Παρουσιάζει οπτική αναλογία/ομοιότητα με το φυσικό του ανάλογο, παρέχοντας τη δυνατότητα για οπτικές-συμβολικές αναπαραστάσεις των πολλαπλών όψεων της έννοιας του αριθμού, όπως αυτές παρουσιάζονται

ταυτόχρονα στην οθόνη, ώστε συνδυαστικά με το κατάλληλο παιδαγωγικό πλαίσιο, να περιοριστούν οι νοητικές δυσκολίες των νηπίων ως προς την κατανόηση της. Το παιδί μπορεί να ενεργήσει πάνω σε αντικείμενα που εμφανίζονται στην οθόνη υπό προκαθορισμένους περιορισμούς, έχοντας τη δυνατότητα μέσα από τη σύνδεση και αποσύνδεση των κύβων (μονάδων) σε ράβδους (δεκάδες) και των ράβδων σε επίπεδες ομάδες των δέκα δεκάδων, μπορεί να αναπαραστήσει αριθμούς, να μοντελοποιήσει αριθμητικές πράξεις.

Γενικά, τα ψηφιακά χειραπτικά υλικά μπορούν να διευρύνουν την εφαρμογή των ψηφιακών χειραπτικών υλικών στις πραγματικές σχολικές συνθήκες, επειδή λύνουν μια σειρά πρακτικών προβλημάτων. Επιπλέον, η διαδραστικότητα των ψηφιακών χειραπτικών υλικών, η παροχή αναδραστικής πληροφορίας και πολλαπλών διασυνδεμένων αναπαραστάσεων, οπτικοποιήσεων και τυπικών συμβολικών εκφράσεων, διευκολύνει την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και τη σύνδεσή τους με τα τυπικά συστήματα κωδικοποίησης (Φεσάκης, 2019) τονίζοντας επιπλέον τα βασικά χαρακτηριστικά μιας αναπαράστασης, ενώ ταυτόχρονα αποδυναμώνουν ή αφαιρούν τους περισπασμούς (Sarama and Clements 2009)

Οργάνωση της Τάξης

Τα παιδιά θα δουλέψουν είτε στην ολομέλεια της τάξης, αξιοποιώντας τον η/υ, είτε ανά ομάδες παιδιών, είτε ατομικά αξιοποιώντας και τις φορητές ηλεκτρονικές συσκευές. Ο/η εκπαιδευτικός είναι ενορχηστρωτής της μαθησιακής διαδικασίας καθοδηγώντας και υποστηρίζοντας την οικοδόμηση της γνώσης από τα παιδιά.

Περιγραφή μαθησιακών δραστηριοτήτων σεναρίου (Δραστηριότητες υλοποίησης του σεναρίου στην τάξη)

Διδακτικές προσεγγίσεις και στρατηγικές

Οι διδακτικές στρατηγικές που χρησιμοποιούνται είναι η Ανακάλυψη, η Διερεύνηση, ο Πειραματισμός και η χρήση τεχνικών όπως οι «ερωτοαποκρίσεις». Το εκπαιδευτικό σενάριο τόσο κατά το σχεδιασμό όσο και κατά την υλοποίηση του στην τάξη αξιοποιεί βασικές αρχές της θεωρίας μάθησης του εποικοδομισμού, προωθώντας τη διερευνητική μάθηση και την επίλυση προβλήματος μέσω του πειραματισμού από τα ίδια τα παιδιά. Ο ρόλος του/της εκπαιδευτικού είναι υποστηρικτικός, στη διαμόρφωση του μαθησιακού περιβάλλοντος και ενισχυτικός οργανώνοντας τις πληροφορίες προκειμένου να αφομοιωθούν και να απαντηθούν τα ερωτήματα που τίθενται ανά δραστηριότητα. Η αξιοποίηση του λογισμικού λειτουργεί προσθετικά στο μαθησιακό περιβάλλον ενισχύοντας την κατανόηση της αξίας θέσης των ψηφίων.

Φύλλα εργασίας

- Στο σενάριο θα αξιοποιηθούν φύλλα εργασίας για την υποστήριξη των δραστηριοτήτων.

Δραστηριότητες γνωστικής και ψυχολογικής προετοιμασίας

Στην ολομέλεια ο/η εκπαιδευτικός εξηγεί στα παιδιά ότι με το συγκεκριμένο λογισμικό μπορούν να σχηματίζουν αριθμούς με δύο και με τρία ακόμα ψηφία και να φτιάχνουν ομάδες αριθμών με κυβάρια.

Ο/η εκπαιδευτικός μοιράζει στα παιδιά ανά δύο, αριθμοκάρτες γυρισμένες ανάποδα (από το 1-9). Τα παιδιά καλούνται με βάση τον αριθμό της κάρτας που έτυχαν, να βάλουν τα αντίστοιχα πράσινα κυβάρια στο συγκεκριμένο χώρο του πρώτου επιπέδου της επιφάνειας διεπαφής του λογισμικού, η οποία έχει τη χωροταξική διάταξη της αξιακής θέσης των ψηφίων των αριθμών (εκατοντάδες, δεκάδες, μονάδες) και να παρατηρήσουν συγχρόνως το αριθμητικό σύμβολο που αναγράφεται κάθε φορά στο κουτάκι. Στη συνέχεια προτρέπει τα παιδιά να πειραματιστούν μόνα τους με σκοπό να υπερβούν τα εννέα πράσινα κυβάρια ώστε το λογισμικό να τα μεταφέρει στη αριστερή στήλη, των δεκάδων, όπου αυτόματα θα γίνουν μια ράβδος αποτελούμενη από 10 ροζ κυβάρια. (εικόνα 1.) Ο/η εκπαιδευτικός θα εκμεταλλευτεί αυτή την προγραμματισμένη λειτουργία οδόμετρου του λογισμικού, προβληματίζοντας τα να παρατηρήσουν τι συμβαίνει. Μέσα από μια σειρά ερωτήσεων ανιχνεύει την προκατανόησή τους ως προς την έννοια της δεκάδας.

Ενδεικτικές ερωτήσεις

Η πράσινη ράβδος πόσα κυβάρια έχει τώρα;

Τι θα γίνει αν βάλουμε ένα ακόμα πράσινο καβάρκι πάνω στα 9 που έχεις ήδη φτιάξει;

Γιατί πιστεύεις να συμβαίνει αυτό;

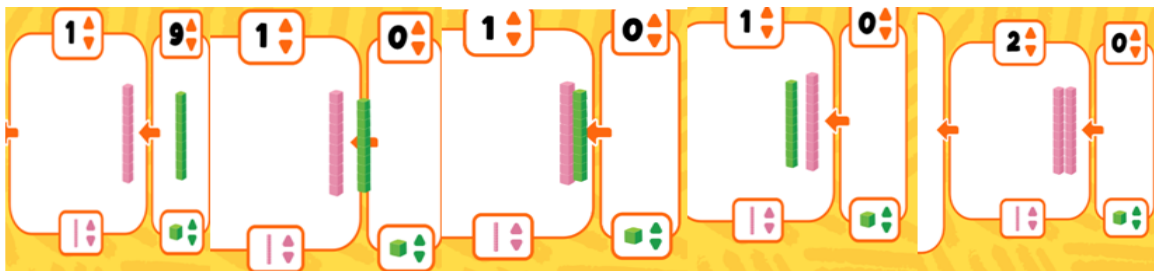
Επομένως μέχρι πόσα κυβάρια λες ότι μπορεί να έχει η πράσινη ράβδος;

Πόσα είναι τα ροζ κυβάρια;

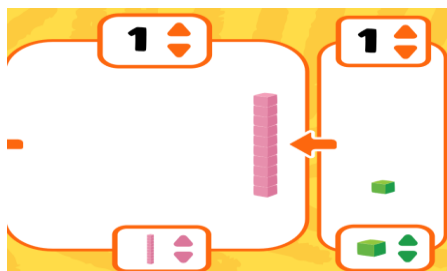
Τι αριθμό γράφει τώρα το κουτάκι;

Γιατί πιστεύεις ότι έχουν διαφορετικό χρώμα;

Μπορείς να εξηγήσεις γιατί γράφει αυτόν τον αριθμό, στη ροζ ράβδο; (εικόνα 2) Γιατί γράφει τον ίδιο αριθμό και πάνω από το πράσινο καβάρκι;



Εικόνα 1



Εικόνα 2

Δραστηριότητες διδασκαλίας (οικοδόμησης νέων γνώσεων/δεξιοτήτων/στάσεων)

Σε ένα εργοστάσιο που κατασκευάζονται τουβλάκια τύπου lego, οι εργαζόμενοι θα πρέπει να τα συσκευάσουν σε κουτιά και να σημειώσουν πάνω σε κάθε κουτί πόσα τουβλάκια περιέχονται. Οι εργαζόμενοι όμως επειδή έχουν πολλές παραγγελίες και δεν τις προλαβαίνουν ζητούν τη βοήθεια των παιδιών. Τα παιδιά θα πρέπει να τοποθετήσουν τα τουβλάκια σε σακουλάκια και στη συνέχεια να τα βάλουν σε κουτιά γράφοντας πάνω στο κάθε κουτί πόσα τουβλάκια περιέχονται, ώστε οι εργαζόμενοι να τα στείλουν κατευθείαν στα νηπιαγωγεία

Τα παιδιά χωρίζονται σε 5 ανομοιογενείς ομάδες έχοντας μπροστά τους αρκετά τουβλάκια τύπου lego και σακουλάκια. Ο/η εκπαιδευτικός ζητάει από τις ομάδες αρχικά να βάλουν μόνο δέκα τουβλάκια μες στο σακουλάκι τους δείχνοντας και την αντίστοιχη αριθμοκάρτα.

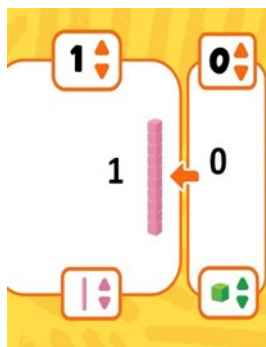
Εναλλακτικά ο/η εκπαιδευτικός δίνει μια βοηθητική κάρτα δέκα πλαισίων (φύλλο 1) όπου μπορούν πρώτα να τοποθετήσουν σε κάθε πλαίσιο από ένα τουβλάκι και στη συνέχεια αφού τη συμπληρώσουν με 10 τουβλάκια να τα μεταφέρουν στο σακουλάκι τους. (Οι προσδιορισμένες θέσεις στην κάρτα βοηθούν τα παιδιά που πιθανόν έχουν δυσκολίες με την αριθμητική απαγγελία και επομένως δεν μπορούν να τοποθετήσουν τον ακριβή αριθμό στα σακουλάκια).

Στη συνέχεια ο/η εκπαιδευτικός ονομάζει το κάθε ξεχωριστό τουβλάκι που είναι έξω από το σακουλάκι ως «τουβλάκι-μονάδα» γιατί δεν είναι μαζί με κάποιο άλλο, ενώ τα δέκα τουβλάκια που είναι μαζί μες στο σακουλάκι σαν μια ομάδα τα ονομάζει δεκάδα. Τα παιδιά

Συγχρόνως δείχνοντας τον αριθμό 10 στο σακουλάκι, εξηγεί ότι το ψηφίο 1 μας λέει ότι αυτός ο αριθμός έχει 1 μία ομάδα από δέκα τουβλάκια που είναι μαζί, 1 δεκάδα δηλαδή, ενώ το ψηφίο 0, μας λέει ότι αυτός ο αριθμός δεν έχει κανένα τουβλάκι που να είναι μόνο του, έχει δηλαδή μηδέν μονάδες από σκόρπια τουβλάκια

Σε αυτό το σημείο, για να γίνει πληρέστερη κατανοητή η θεσιακή αξία των ψηφίων του αριθμού με διαφορετική οπτικοποίηση από τα παιδιά, ο/η εκπαιδευτικός στην ολομέλεια, ανοίγει το πρώτο

επίπεδο του λογισμικού. Καλεί δυο παιδιά να την βοηθήσουν να σχηματίσει μια δεκάδα, ζητώντας τους να μετρήσουν δέκα πράσινα κυβάρια. Το λογισμικό δημιουργεί τη ροζ ράβδο της δεκάδας και αυτόματα αναγράφει το ψηφίο ένα στη δεκάδα και το 0 στις μονάδες (εικόνα 3). Ο/η εκπαιδευτικός δείχνοντας τη ράβδο και τους αριθμούς, εξηγεί πάλι στα παιδιά ότι σχηματίστηκε ο αριθμός δέκα όπου το ψηφίο 1 μας λέει ότι ο αριθμός αυτός έχει μια δεκάδα ενώ το 0 καμία μονάδα.



Εικόνα 3

Στη συνέχεια ο/η εκπ/κός ανακοινώνει ότι αυξήθηκαν οι παραγγελίες από τα σχολεία και ότι θα πρέπει να μπουν ακόμα δέκα (10) τουβλάκια στο κάθε σακουλάκι. Ρωτάει λοιπόν τα παιδιά, πως θα μπορούσαν τώρα να τοποθετηθούν και αυτά τα νέα τουβλάκια στο σακουλάκι τους ώστε στο τέλος να μπορούν να καταμετρηθούν γρήγορα όλα τα τουβλάκια που είναι μες στο σακουλάκι χωρίς να τα απαριθμούν ένα προς ένα.

Ενδεικτικές ερωτήσεις

Πώς λέτε ότι μπορούμε να βάλουμε τα τουβλάκια μες στο σακουλάκι, ώστε βλέποντας τα, να μπορούμε γρήγορα να πούμε πόσα είναι;

Για σκεφτείτε, πόσα τουβλάκια είχαμε πριν στο σακουλάκι μας; Αλλά πώς τα ονομάσαμε αφού ήταν μια ομάδα;

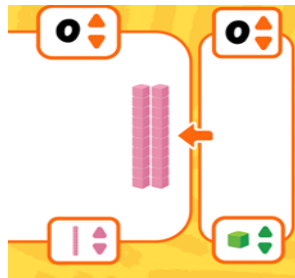
Τώρα πόσα θα βάλουμε; Μήπως να τα κάνουμε 2 ίδιες ομάδες; Πώς θα ονομάσουμε την κάθε μία από αυτές τις ομάδες;

Πώς θα τις γράψουμε με αριθμούς;

Σκοπός είναι τα παιδιά να συνδέσουν τα τουβλάκια μεταξύ τους δημιουργώντας δύο στήλες/ράβδους των δέκα και να τις ονομάσουν «ως δεκάδες» και να τις αντιστοιχίσουν με διψήφια συμβολική αναπαράσταση του αποτελέσματος της αρίθμησης κατά δεκάδες, αν δεν συμβεί αυτό, ο/η εκπαιδευτικός, ως ισότιμο μέλος το αναφέρει.

Αξιοποιώντας πάλι το λογισμικό στο δεύτερο επίπεδο, ο/η εκπαιδευτικός καλεί κάθε ομάδα να πειραματιστεί με αυτό και να προσπαθήσει να σχηματίσει/αναπαραστήσει τον αριθμό των δεκάδων

που έχουν τώρα στα σακουλάκια τους (εικόνα 4). Τόσο εικονογραφικά με ράβδους όσο και αριθμητικά στα κουτάκια. Αυτή τη φορά όμως ζητά από τα παιδιά να φτιάξουν άμεσα τη δεκάδα και όχι προσθέτοντας ένα- ένα πράσινο κυβάκι από τις μονάδες. Ο/η εκπαιδευτικός τα προβληματίζει πώς μπορούν να εισάγουν άμεσα δεκάδες στο λογισμικό. Τέλος προτρέπει κάθε ομάδα να εξηγήσει τον τρόπο που σκέφτηκε, πόσες ράβδους έβαλε, γιατί έβαλε τόσες ράβδους, τι σημαίνει το κάθε ψηφίο αριθμό που έγραψε.



Εικόνα 4

Τέλος, ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να προτρέψει τα παιδιά να σκεφτούν τι θα γινόταν αν αφαιρούσαν ένα τουβλάκι από μια ράβδο δεκάδας, πόσα κυβάκια θα έμεναν; Πώς θα λέγεται τώρα η ράβδος με τα 9 τουβλάκια μαζί; Στη συνέχεια συγκρίνουν τη ράβδο με τα εννέα (9) τουβλάκια με τη ράβδο της δεκάδας.

Ποια ράβδος έχει λιγότερα; ποια περισσότερα και πόσα περισσότερα; Πόσες μονάδες πρέπει να γίνουν μια ομάδα ώστε να σχηματίσουμε μια δεκάδα;

Δραστηριότητες εφαρμογής και υλοποίησης του γνωστικού αντικειμένου

Ο/η εκπ/κός ανακοινώνει ότι το εργοστάσιο έχει νέες παραγγελίες και ότι θα πρέπει να στείλουν και άλλα κουτιά με τουβλάκια συσκευασμένα και αυτά σε δεκάδες μέσα σε σακουλάκια.

Τα παιδιά χωρίζονται πάλι σε 5 ανομοιογενείς ομάδες και κάθε ομάδα έχει μπροστά της ένα κουτί, ένα σακουλάκι και ένα μικρό χαρτονάκι που θα χρησιμοποιηθεί ως ετικέτα στο κουτί. Επίσης ο/η εκπαιδευτικός δίνει στις ομάδες σκόρπια τουβλάκια διαφορετικού πλήθους ανά ομάδα, γιατί τώρα οι παραγγελίες είναι διαφορετικές. Στην πρώτη ομάδα δίνει 22 τουβλάκια, στη δεύτερη ομάδα 23, στην τρίτη 24, στην τέταρτη 25 και στην πέμπτη ομάδα 11 τουβλάκια. Στο κάθε σακουλάκι θα πρέπει να τοποθετηθούν τουβλάκια σε δεκάδες, έτσι ώστε όταν θα συσκευαστούν στα κουτιά τους να μπορούν να καταμετρηθούν γρήγορα χωρίς να τα απαριθμούν ένα-προς ένα. Τέλος επειδή οι εργαζόμενοι του εργοστασίου έχουν πάρα πολύ δουλειά θα πρέπει τα ίδια τα παιδιά να κάνουν τον τελικό έλεγχο μέσω του λογισμικού για το αν έχουν μετρήσει σωστά τα συσκευασμένα τουβλάκια. Οι ομάδες στην προσπάθειά τους να δημιουργήσουν δεκάδες διαπιστώνουν πως δεν μπορούν να γίνουν όλα τα

τουβλάκια που έχουν στη διάθεσή τους δεκάδες, είναι είτε λιγότερα είτε περισσότερα και προβληματίζονται σχετικά. Ο /η εκπ/κός για να βοηθήσει τη σκέψη τους κάνει καθοδηγητικές ερωτήσεις:

Τι μπορούμε να κάνουμε με τα τουβλάκια που δεν επαρκούν για να σχηματίσουν μια επιπλέον δεκάδα;

Που θα πρέπει αυτά να τα τοποθετήσουμε;

Μες στο σακουλάκι ή έξω από αυτό; Για ποιο λόγο;

Τα μέλη της ομάδας συζητούν ανταλλάσσουν απόψεις και αποφασίζουν σχετικά. Ο/η εκπ/κός αν χρειαστεί τους υπενθυμίζει ότι μες στα σακουλάκια μπαίνουν μόνο δεκάδες, άρα όσα τουβλάκια δεν σχηματίζουν δεκάδες θα πρέπει να μείνουν αναγκαστικά έξω από το σακουλάκι. Στη συνέχεια η κάθε ομάδα αφού σχηματίσει τις δεκάδες μες στο σακουλάκι, τοποθετήσει το σακουλάκι της στο κουτί και τα κυβάρια-μονάδες σκόρπια μέσα σε αυτό, καταγράφει στην ετικέτα της το πλήθος των δεκάδων και των μονάδων από τα τουβλάκια.

Στη συνέχεια οι ομάδες περνούν στον η/υ, για να κάνουν τον έλεγχο στο δεύτερο επίπεδο του λογισμικού, σχετικά με το αν κατέγραψαν σωστά στην ετικέτα τους τον αντίστοιχο διψήφιο αριθμό, ώστε να προχωρήσουν στην αποστολή των παραγγελιών.

Ο/η εκπ/κός προτρέπει τις ομάδες να σχηματίσουν/αναπαραστήσουν τον αριθμό της ετικέτας τους με τα κυβάρια και τις ράβδους του λογισμικού, να επιλέξουν τους αντίστοιχους αριθμούς στα κουτάκια και να κάνουν τον έλεγχο πατώντας το αντίστοιχο κουμπί του λογισμικού.

Ο/η εκπ/κός παρέχοντας επιπλέον διδακτική βοήθεια μέσω εικονιστικών χειρισμών της έννοιας, αναφέρει ότι το μεσαίο πλαίσιο της επιφάνειας διεπαφής του λογισμικού είναι σαν το σακουλάκι τους, οπότε εκεί θα πρέπει να βάλουν τα τουβλάκια που είναι δεκάδες, τις ράβδους δηλαδή και στο μικρό κουτάκι που είναι πάνω του θα επιλέξουν τον αντίστοιχο αριθμό για τις ράβδους, τις δεκάδες δηλαδή, ενώ το μικρότερο πλαίσιο είναι σαν το χώρο έξω από το σακουλάκι, ο χώρος των μονάδων δηλαδή και άρα εκεί θα επιλέξουν τον αντίστοιχο αριθμό για τα κυβάρια τους, για τις μονάδες δηλαδή.

Σε περίπτωση λάθους, (σχετική ανατροφοδότηση από το λογισμικό), τα παιδιά θα πρέπει ανταλλάσσοντας απόψεις, να εντοπίσουν το λάθος, αν δηλαδή αυτό, οφείλεται σε αναντιστοιχία των αριθμητικών συμβόλων και των εικονιστικών τους αναπαραστάσεων για τις μονάδες-δεκάδες (ράβδοι-κυβάρια). Οι περιορισμοί του λογισμικού, όπως βιβλιογραφικά αναφέρεται μπορεί ενδεχομένως να παρέχουν μια δομημένη ευκαιρία για να αναπτυχθεί η μαθηματική κατανόηση της συγκεκριμένης έννοιας (Walton (2014) ; Fraivillig (2018)). Ο/η εκπ/κός για να διευκολύνει τα παιδιά στην εξεύρεση του λάθους παρεμβαίνει με βοηθητικές ερωτήσεις

Ποιός αριθμός είναι στην οθόνη του λογισμικού; Είναι ίδιος με αυτόν στην ετικέτα σου, σωστά;

Μπορείς να τον ονομάσεις προφορικά;

Μπορείς να μου δείξεις αυτό το μέρος του αριθμού (μονάδες) στην οθόνη; Πόσα κυβάκια έχεις επομένως στο χώρο των μονάδων; Είναι τόσα όσα και ο επάνω αριθμός;

Μπορείς να μου δείξεις τώρα αυτό το μέρος του αριθμού (δεκάδες) στην οθόνη;

Πόσες ράβδους έχεις στο χώρο των δεκάδων;

Είναι τόσες όσες και ο επάνω αριθμός;

Σε περίπτωση αδυναμίας εξεύρεσης του λάθους, τότε ο/η εκπ/κός τους υποδεικνύει να χρησιμοποιήσουν το πρώτο επίπεδο του λογισμικού και να επιλέξουν στα αντίστοιχα πλαίσια τόσες ράβδους και κυβάκια όσα έχουν στο κουτί τους, τόσο μέσα στο σακουλάκι όσο και έξω από αυτό, γιατί σε αυτό το επίπεδο του λογισμικού οι εικονογραφικές και αριθμητικές αναπαραστάσεις είναι δυναμικά συνδεδεμένες με ταυτόχρονη ανατροφοδότηση, οπότε τα παιδιά θα προσδιορίσουν εύκολα την προέλευση του λάθους τους.

Τέλος, ο/η εκπ/κός με αφορμή την παραγγελία για την πέμπτη ομάδα με τα 11 τουβλάκια, προβληματίζει τα παιδιά σχετικά με τα ίδια ψηφία του αριθμού και τι αυτά σημαίνουν, σε μια προσπάθεια να ερμηνεύσουν τη διαφορετική αξία ενός ψηφίου ανάλογα με τη θέση του.

Τι σημαίνει το ένα (1) όταν είναι σε αυτή τη θέση και τους δείχνει τις μονάδες.

Σε αυτή τη θέση έχει την ίδια αξία; (δείχνει δεκάδες)

Σε ποιά θέση, σημαίνει περισσότερα (π.χ κυβάκια); Γιατί το πιστεύεις αυτό;

Δραστηριότητες αξιολόγησης του γνωστικού αντικειμένου

Τα παιδιά, ατομικά πια στο τρίτο επίπεδο του λογισμικού, αξιοποιούν τη δυνατότητα του κουμπιού επιλογής τυχαίου αριθμού. Ένας τυχαίος αριθμός εμφανίζεται στα κουτάκια της οθόνης, ο/η εκπαιδευτικός προτρέπει το παιδί να τον αναγνωρίσει και να τον αναπαριστήσει με τα κυβάκια/ράβδους του λογισμικού. Όταν το παιδί σχηματίσει την ποσότητα θα του ζητηθεί στη συνέχεια να αντιστοιχίσει τις μονάδες του συμβόλου με τα κυβάκια και τις δεκάδες του συμβόλου με τις ράβδους. Εάν στην επιλογή τυχαίου αριθμού προκύψει αριθμός με εκατοντάδες συμπληρώνεται από τα νήπια, ενώ οι δεκάδες από τα προνήπια.

Πιθανές ερωτήσεις

Πόσα κυβάρια/ράβδους θα χρησιμοποιήσεις για να σχηματίσεις τον αριθμό.....;

Τι θα χρησιμοποιήσεις από τα κυβάρια του λογισμικού για να φτιάξεις τον αριθμό.....;

Μπορείς να μου δείξεις σε ποιο σημείο της οθόνης από τον αριθμό που έφτιαξες, βρίσκονται οι δεκάδες;
Αντίστοιχα για τις μονάδες

Στην συνέχεια το παιδί συνεχίζει ατομικά, στο τέταρτο επίπεδο του λογισμικού, όπου αυτή τη φορά εμφανίζονται στην οθόνη του λογισμικού με τυχαία πάλι επιλογή ράβδοι/κυβάρια και το παιδί καλείται να σημειώσει τον αριθμό της ποσότητας που υπολόγισε στα αντίστοιχα κουτάκια.

Βιβλιογραφία

Μακρή, Χ. (2018). *Αξία θέσης ψηφίου: ανίχνευση της κατανόησης του φαινομένου από τους μαθητές της Α Δημοτικού με τη χρήση Dienes Blocks* (Διπλωματική Εργασία). Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο.

Σκουμπουρδή, Χ. (2023). Διερευνητική προσέγγιση των μαθηματικών της πρώτης σχολικής ηλικίας: Κριτήρια σχεδιασμού δραστηριοτήτων και αξιολόγησης υλικών ν[Προπτυχιακό εγχειρίδιο]. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις.

Τζεκάκη Μ. (2010). *Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία: Αλλάζοντας την τάξη των Μαθηματικών*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζυγός.

Φεσάκης, Γ. (2019). Εισαγωγή στις Εφαρμογές των Ψηφιακών Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση: Από τις Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών (ΤΠΕ) στην Ψηφιακή Ικανότητα και την Υπολογιστική Σκέψη. Gutenberg.

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P.G., Olivier, A. I., et al. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28,130–162.

Baroody, A. J. (1990). How and when should place-value concepts and skills be taught? *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 281–285.

Chan, W. W. L., Au, T. K., & Tang, J. (2014). Strategic counting: A novel assessment of place-value understanding. *Learning and Instruction*, 29, 78–94.

Clements, D. (2004). Major themes and recommendations In D. Clements, J. Sarama & M.DiBiase (Eds.), *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education* (pp. 7-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Flevaras, L.M., Perry, M., Beilstein, S.O. et al. Examining First-Graders' Developing Understanding of Place Value via Base-Ten Virtual Manipulatives. *Early Childhood Educ J* 50, 359–370 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10643-021-01162-9>

Fraivillig, J. L. (2018). Enhancing established counting routines to promote place-value understanding: An empirical study in early elementary classrooms. *Early Childhood Education Journal*, 46, 21–30.

Fuson, K. C. (1990). A forum for researchers. Issues in place-value and multidigit addition and subtraction learning and teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 273–280.

Sarama, J., & Clements, D. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children* (pp. 159-247). N.Y.: Routledge.

Steffe, L., & Cobb, P. (1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*. New York, NY: Springer

Walton, G. M. (2014). The new science of wise psychological interventions. *Current Directions in Psychological Science*, 23(1), 73–82.

Voutsina, C. (2012). A micro-developmental approach to studying young children's problem-solving behavior in addition. *Journal of Mathematical Behavior*, 31, 366–381.